

Proses Berpikir Mahasiswa Berdasarkan Taksonomi SOLO dalam Penyelesaian Masalah Persamaan Diferensial

^{1*}Arjudin, ²Sripatmi, ³Muhammad Turmuzi, ⁴Dwi Novitasari, ⁵Ratih Ayu Apsari

^{1,2,3,4,5}Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Mataram, Mataram

Email: arjudin@unram.ac.id

Abstract

This research is an exploratory descriptive with a descriptive quantitative approach or mix-method which aims to analyze the thinking processes of pre-service mathematics students based on the SOLO taxonomy in solving differential equation problems. The subjects were 86 pre-service mathematics students of the fifth semester of the mathematics education study program who were selected using the purposive sampling technique. Meanwhile, data were collected using problem-solving tests and interviews and then analyzed using descriptive and qualitative statistics with the following stages: (1) transcribing test and interview data, (2) coding segmentation, (3) analyzing student thinking processes in solving differential equation problems, and (4) drawing conclusions. The results showed that pre-service mathematics students' thinking levels were at the pre-structural level (6.98%), uni-structural (25.58%), multi-structural (60.47%), and extended abstract (6.98). Meanwhile, there is no one at the relational level in solving the problem. These results indicate that students need to be well supported and facilitated in problem-solving to achieve higher levels of thinking, such as the relational and extended abstract levels.

Keywords: *thinking processes; SOLO taxonomy; algebraic thinking; calculus thinking*

Abstrak

Penelitian ini adalah penelitian deskriptif eksploratif dengan pendekatan kuantitatif deskriptif atau *mix-method* yang bertujuan untuk menganalisis proses berpikir mahasiswa berdasarkan taksonomi SOLO dalam pemecahan masalah persamaan diferensial. Subjek penelitian adalah mahasiswa semester V program studi pendidikan matematika sebanyak 86 orang yang dipilih menggunakan teknik *purposive sampling*. Sedangkan, data dikumpulkan menggunakan tes pemecahan masalah dan wawancara dan selanjutnya dianalisis menggunakan statistik deskriptif dan kualitatif dengan tahapan : (1) mentranskrip data hasil tes dan wawancara, (2) segmentasi pengodingan, (3) analisis proses berpikir mahasiswa dalam pemecahan masalah persamaan diferensial, dan (4) penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa level berpikir mahasiswa berada pada level *pre-structural* (6,98%), *uni-structural* (25,58%), *multi-structural* (60,47%), dan *extended abstract* (6,98). Sedangkan tidak ada mahasiswa yang berada pada level *Relational* dalam menyelesaikan masalah yang diberikan. Hasil ini menunjukkan bahwa mahasiswa perlu didukung dan difasilitasi dengan baik dalam pemecahan masalah untuk mencapai tingkat berpikir yang lebih tinggi, seperti tingkat *relational* dan *extended abstract*.

Kata kunci: proses berpikir; taksonomi SOLO; berpikir aljabar; berpikir kalkulus

PENDAHULUAN

Beberapa permasalahan tentang proses berpikir mahasiswa pada mata kuliah persamaan diferensial diidentifikasi melalui observasi pada waktu perkuliahan dan refleksi setelah perkuliahan dilaksanakan. Mahasiswa yang mengikuti mata kuliah persamaan diferensial sudah memiliki bekal pada mata kuliah sebelumnya yaitu aljabar dan kalkulus, namun seringkali mahasiswa kurang dapat memanfaatkan bekal pengetahuan itu ketika menyelesaikan soal

persamaan diferensial. Untuk memecahkan masalah persamaan diferensial diperlukan kemampuan mentransformasi berpikir aljabar dan kalkulus ke dalam konteks masalah persamaan diferensial.

Transformasi berpikir merupakan kegiatan mental dalam proses berpikir. Peningkatan kemampuan dalam proses berpikir tentunya akan meningkatkan kemampuan dalam pemecahan masalah. Penelitian tentang proses berpikir di tingkat perguruan tinggi telah dilakukan oleh Lapp et al. (2010) yang hasilnya menunjukkan bahwa mahasiswa merasa lebih sulit untuk membuat hubungan antara konsep-konsep seperti nilai eigen dan vektor eigen dan dari bagian konseptual lain seperti basis dan dimensi. Yantz (2013) juga meneliti mahasiswa pada mata kuliah pra-kalkulus dan menyimpulkan bahwa mahasiswa belum membentuk hubungan antara prosedur aljabar dan sifat bilangan yang mendasar.

Penggunaan bekal pengetahuan yang dimiliki untuk melakukan transformasi berpikir dapat dilakukan dalam proses pembelajaran yang bermakna. Knapp et al. (1982) mengemukakan bahwa keunggulan dari pembelajaran berorientasi makna yang sudah diidentifikasi adalah: (a) memperluas jangkauan konten matematika yang dipelajari untuk memberikan anak-anak makna luasnya matematika dan penerapannya; (b) menekankan hubungan antara ide-ide matematika; (c) menjelajahi matematika yang tertanam dalam situasi "kehidupan nyata" yang kaya; (d) mendorong siswa untuk menemukan beberapa solusi dan memfokuskan perhatian siswa pada hubungan antara proses solusi yang digunakan, dan (e) menciptakan beberapa representasi ide (misalnya, gambar dan benda-benda fisik).

Penelitian tentang pemecahan masalah juga telah dilakukan oleh beberapa peneliti dan peneliti sendiri (Novitasari et al., 2020). Penelitian yang dilakukan Socas & Hernández (2013) mengemukakan bahwa pemecahan masalah dianggap sebagai bagian yang tak terpisahkan dari matematika dan dijelaskan dalam istilah pemecahan masalah, membangun hubungan antara konsep-konsep, operasi dan proses implisit dalam kegiatan matematika. Sedangkan Carlson & Bloom (2005) menghasilkan kerangka kerja pemecahan masalah multidimensional yang memiliki empat tahap, yaitu orientasi, perencanaan, pelaksanaan, dan peninjauan.

Permasalahan yang dikemukakan di atas memunculkan gagasan penelitian dengan tema proses berpikir matematis mahasiswa. Kajian tentang eksplorasi proses berpikir merupakan hal yang penting dan dapat dipandang layak untuk menjadi topik unggulan penelitian. Proses berpikir matematis yang dibidik difokuskan transformasi berpikir Aljabar dan Kalkulus pada pemecahan masalah Persamaan Diferensial. Deskripsi transformasi berpikir dieksplorasi dengan kerangka kerja Taksonomi SOLO (*the Structure of the Observed Learning Outcome*) yang dikelompokkan menjadi lima level berbeda dan bersifat hirarkis, yaitu level 0: prastruktural (*pre-structural*), level 1: unistruktural (*uni-structural*), level 2: multistruktural (*multi-structural*), level 3: relasional (*relational*), dan level 4: *extended abstract* (Knapp et al., 1982).

Setiap level pada taksonomi SOLO tersebut dapat dideskripsikan secara garis besar sebagai berikut. Pada level prastruktural, subjek tidak menggunakan data yang terkait dalam menyelesaikan suatu tugas atau tidak menggunakan data yang tidak terkait yang diberikan secara lengkap. Pada level unistruktural, subjek dapat menggunakan satu penggal informasi dalam merespons suatu tugas (membentuk suatu data tunggal). Pada level multistruktural, subjek dapat menggunakan beberapa penggal informasi tetapi tidak dapat menghubungkannya

secara bersama-sama. Pada level relasional, subjek dapat memadukan penggalan-penggalan informasi yang terpisah untuk menghasilkan penyelesaian dari suatu tugas dikategorikan. Sedangkan pada level *extended abstract*, subjek dapat menghasilkan prinsip umum dari data terpadu yang dapat diterapkan untuk situasi baru (mempelajari konsep tingkat tinggi).

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan tersebut, maka peneliti merasa bahwa penelitian mengenai transformasi berpikir aljabar dan kalkulus dalam pemecahan masalah persamaan diferensial penting untuk dilakukan. Selain untuk mengetahui bagaimana transformasi berpikir yang dilakukan mahasiswa juga untuk mengetahui sejauh mana transformasi berpikir aljabar dan kalkulus digunakan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah yang diberikan khususnya pada tiap level berpikir berdasarkan taksonomi SOLO. Adapun persamaan diferensial dipilih karena merupakan mata kuliah yang dalam pemecahan masalahnya mencakup konsep-konsep aljabar dan kalkulus, antara lain persamaan polinom/suku banyak, turunan, dan integral.

METODE

Penelitian ini adalah penelitian deskriptif eksploratif. Pendekatan yang digunakan adalah kuantitatif deskriptif atau *mix-method* (Johnson & Larry, 2004) yang bertujuan untuk menganalisis proses berpikir mahasiswa berdasarkan taksonomi SOLO dalam pemecahan masalah persamaan diferensial. Subjek penelitian adalah 86 orang mahasiswa semester V program studi pendidikan matematika dari salah satu universitas negeri di Mataram. Pemilihan subjek penelitian menggunakan teknik *purposive sampling* dengan pertimbangan subjek tersebut dapat memberikan informasi yang peneliti butuhkan terkait variabel yang akan diamati memiliki kecenderungan untuk mengubah cara berpikir (transformasi berpikir) dalam memecahkan masalah (Tasni et al., 2019). Pemecahan masalahnya terfokus pada persamaan diferensial, dengan pertimbangan pemecahan masalah persamaan diferensial banyak memerlukan transformasi berpikir aljabar dan kalkulus.

Teknik pengumpulan data menggunakan instrumen tes pemecahan masalah persamaan diferensial dan pedoman wawancara. Data yang diperoleh dalam penelitian ini dianalisis secara kuantitatif yaitu menggunakan statistika deskriptif serta analisis secara kualitatif dengan mendeskripsikan dan memberikan gambaran bagaimana proses transformasi berpikir aljabar dan kalkulus yang digunakan mahasiswa dalam memecahkan masalah persamaan diferensial. Teknik analisis data kualitatif mengikuti konsep yang diberikan Miles & Huberman (1994) dengan tahapan : (1) mentranskrip data hasil tes dan wawancara, (2) segmentasi pengodingan, (3) analisis proses berpikir mahasiswa dalam pemecahan masalah persamaan diferensial, dan (4) penarikan kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Permasalahan yang diberikan berkaitan dengan menentukan penyelesaian persamaan diferensial (PD) homogen berdasarkan syarat awal yang diberikan. Hanya level berpikir *Relational* yang tidak ada disini sedangkan level berpikir *Pre-Structural*, *Uni-Structural*, *Multi-Structural*, dan *Extended Abstract* dicapai oleh mahasiswa dalam menyelesaikan masalah. Setelah diberikan tes, beberapa mahasiswa yang mewakili tiap level berpikir taksonomi SOLO diwawancarai untuk

dapat menggali lebih dalam terkait transformasi berpikir yang dilakukan mahasiswa. Berikut adalah hasil dari tes pemecahan masalah yang diberikan.

Tabel 1. Level Berpikir Mahasiswa Berdasarkan Taksonomi SOLO dalam Menyelesaikan Masalah Persamaan Diferensial

SOLO Level	Jawaban Item Permasalahan	
	Frekuensi	%
Pre-Structural Level (L0)	6	6,98%
Uni-Structural Level (L1)	22	25,58%
Multi-Structural Level (L2)	52	60,47%
Relational Level (L3)	0	0%
Extended Abstract Level (L4)	6	6,98%

Berdasarkan tabel 1, diketahui bahwa mahasiswa dominan berada pada *Multi-Structural Level (L2)* dalam menyelesaikan masalah yang diberikan yaitu sebanyak 60,47% dan sebanyak 6,98% mahasiswa mampu mencapai *Extended Abstract Level (L4)* sedangkan tidak ada mahasiswa yang berada pada *Relational Level (L3)*.

Proses berpikir yang dilakukan mahasiswa yang berada pada level *Pre-Structural* dalam menyelesaikan masalah yaitu (1) Subjek dapat memahami masalah yang diberikan dengan mengidentifikasi informasi yang ada di soal. (2) Subjek dapat merencanakan pemecahan masalah. Hal ini dapat terlihat bahwa subjek mengetahui langkah apa yang harus dilakukan untuk menyelesaikan masalah yaitu terlebih dahulu menentukan solusi umum PD dengan menggunakan akar-akar persamaan bantu baru kemudian menggunakan syarat awal yang terdapat pada soal. Hanya saja pada tahap melaksanakan rencana, subjek mengalami kesulitan. Subjek tidak memiliki keterampilan yang cukup dalam keterampilan berhitung dan berpikir aljabar. Subjek tidak memahami konsep dalam menentukan solusi PD dari akar-akar persamaan karakteristik yang berbentuk akar kompleks berulang; (3) Jawaban yang dituliskan masih belum selesai dan masih salah; (4) Subjek tidak melakukan pengecekan kembali terhadap jawaban yang tuliskan. Mahasiswa yang berada pada level ini sebanyak 6 orang (6,98%).

Tentukan solusi PD homogen
 $y^{(4)} + 8y'' + 16y = 0$
 yang memenuhi syarat awal $y(0) = -1, y'(0) = 5$
 $y''(0) = -8$, dan $y'''(0) = -20$
 jawab
 $y^{(4)} + 8y'' + 16y = 0$
 $r^4 + 8r^2 + 16 = 0$
 $r^2 + 8r^2 + 16 = 0$ (persamaan bantu)
 memiliki dua akar riil berbeda yaitu:
 $r_1 = 9$ dan $r_2 = -9$
 $r_{(1,2)} = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1}$
 $= \pm \sqrt{-16}$
 $r_{(3,4)} = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1}$
 $= \pm \sqrt{-16}$
 Sehingga, solusi PD homogenya adalah:
 $y = C_1 e^{ax} + C_2 e^{-ax}$

(a)

$y^{(4)} + 8y'' + 16y = 0$
 $r^4 + 8r^2 + 16 = 0$
 $r^2 + 8r^2 + 16 = 0$
 $r^2 = 0, r = 1^2 = 1 = 1$
 e^x, e^x

(b)

$y'(0) = 5$
 $y''(0) = -8$
 $y'''(0) = -20$

Gambar 1. Contoh jawaban subjek pada kemampuan berpikir level *Pre-Structural*

Gambar 1 menunjukkan bahwa subjek belum menggunakan keseluruhan informasi yang terdapat pada soal. Keterampilan aljabar (b) dalam menentukan akar-akar suatu persamaan juga masih belum tepat. Solusi PD homogen yang dihasilkan pun salah (gambar 1(a) dan 1(b))

Mahasiswa yang berada pada level *Uni-Structural (L1)* sebanyak 22 orang (25,58%) dengan proses berpikir yaitu (1) Subjek dapat memahami masalah dan menggunakan informasi yang terdapat pada soal untuk merencanakan penyelesaian; (2) Terdapat hubungan antara satu konsep dengan konsep lainnya dalam tahap merencanakan pemecahan tetapi konsep tersebut secara luas belum dipahami sehingga proses pengerjaannya masih salah. Hal ini terlihat dari jawaban subjek pada tahap melaksanakan pemecahan yang terlebih dahulu menentukan solusi umum PD dengan menggunakan persamaan karakteristik untuk menentukan akar-akar persamaannya (dalam menentukan solusi umum PD). Tetapi, proses aljabar yang dilakukan belum tepat. Perhitungan aljabar yang dilakukan juga masih salah. Terlihat bahwa subjek belum memahami konsep dalam menentukan solusi PD dari akar-akar persamaan karakteristik yang berbentuk akar kompleks berulang; (3) Subjek tidak melakukan pengecekan jawaban. Contoh jawaban subjek dapat dilihat pada gambar 2.

3. Tentukan solusi PD homogen
 $y^{(4)} + 8y'' + 16y = 0$ dimana $y(0) = -1, y'(0) = 5, y''(0) = -8$ dan $y'''(0) = 28$.

Jawab:
 $r^4 + 8r^2 + 16 = 0$
 $(r^2 + 4)^2 = 0$
 $r^2 = -4$
 $r = \pm 2i$

karena menghasilkan akar kompleks maka solusi umumnya
 $y(x) = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$
 $y'(x) = -2C_1 \sin 2x + 2C_2 \cos 2x$
 $y''(x) = -2C_1 \cos 2x - 2C_2 \sin 2x$
 $y'''(x) = 2C_1 \sin 2x - 2C_2 \cos 2x$

Masukan nilai-nilai yang sudah diketahui.
 $y(0) = C_1 \cos 0 + C_2 \sin 0$
 $-1 = C_1 \Rightarrow C_1 = -1$
 $y'(0) = -2C_1 \sin 0 + 2C_2 \cos 0$
 $5 = 2C_2 \Rightarrow C_2 = \frac{5}{2}$
 $y''(0) = -2C_1 \cos 0 - 2C_2 \sin 0$
 $-8 = -2(-1) - 2(\frac{5}{2}) \sin 0$
 $-8 = 2 - 5 \sin 0$
 $-8 = 2$ (tidak terpenuhi, ada kesalahan dalam penulisan atau perhitungan di sini)

(a)

Pembahasan:
 Persamaan bantu: $r^4 + 8r^2 + 16 = 0$
 $D = b^2 - 4ac$
 $= 0^2 - 4 \cdot 8 \cdot 16$
 $= -512$
 $D < 0$
 Sug, Persamaan bantu memiliki 2 akar kompleks
 $\alpha = \frac{-b}{2a} = 0$
 $\beta = \frac{\sqrt{4ac - b^2}}{2a} = \frac{\sqrt{4 \cdot 8 \cdot 16 - 0}}{2 \cdot 8} = \frac{\sqrt{512}}{16} = \frac{16\sqrt{2}}{16} = \sqrt{2}$
 Substitusi α dan β pd rumus
 $r_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $r^2 = -1$, maka diperoleh
 $r_1 = \alpha + \beta i = 0 + \sqrt{2}i = \sqrt{2}i$
 $r_2 = \alpha - \beta i = 0 - \sqrt{2}i = -\sqrt{2}i$

Maka diperoleh solusi yang saling bebas yaitu:
 $y_1 = e^{\sqrt{2}ix}$ dan $y_2 = e^{-\sqrt{2}ix}$
 Identitas Euler utk bilangan kompleks
 Jika diambil: $e^{ix} = \cos x + i \sin x$

Sug, Adapat solusi umum merupakan kombinasi linier y_1 dan y_2
 $y = e^{ix} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$
 $y = e^{ix} (A \cos \beta x + B \sin \beta x)$
 $y = e^{0x} (A \cos 2x + B \sin 2x)$
 Substitusi nilai awal $y(0) = -1$, diperoleh $A = -1$,
 $y'(0) = 5$, diperoleh $B = \frac{5}{2}$,
 $y''(0) = -8$, diperoleh $C = -8$

Jadi, solusinya:
 $y = e^{0x} (A \cos 2x + B \sin 2x)$
 $y = e^{0x} (-\cos 2x + \frac{5}{2} \sin 2x)$

(b)

Gambar 2. Contoh jawaban subjek pada kemampuan berpikir level *Uni-Structural*

Gambar 2(a) dan 2(b) menunjukkan bahwa langkah yang direncanakan dan dilakukan subjek sebenarnya sudah dilakukan secara sistematis dan prosedural (terlebih dahulu menentukan solusi umum PD homogen dengan menggunakan persamaan karakteristik kemudian menggunakan nilai awal yang diketahui dari soal) hanya saja proses penghitungan akar-akar dari persamaan karakteristiknya masih salah (b) dan solusi umum PD homogen yang diperoleh dari akar-akar bersamaan karakteristiknya juga masih salah ((a) dan (b)).

Pada mahasiswa yang berada pada level berpikir *Multi-Structural (L2)*, proses berpikir yang dilakukan yaitu (1) Subjek dapat memahami masalah yang diberikan dan mampu

menghubungkan konsep dasar dengan informasi yang ada serta mampu menerapkan informasi yang tersedia untuk merencanakan pemecahan masalah; (2) Dalam melaksanakan pemecahan, langkah-langkah yang digunakan sebenarnya terstruktur/prosedural, hanya saja beberapa perhitungan belum tepat yang berakibat pada proses pengerjaan selanjutnya yang akan salah pula; (3) Subjek tidak mengecek kembali jawabannya. Mahasiswa yang berada pada level ini sebanyak 52 orang (60,47%).

3) Tentukan solusi PD Homogen

$$y'' + 8y' + 16y = 0 \quad \text{dengan syarat awal : } y(0) = -1, y'(0) = 5$$

Diperoleh persamaan bantu!

$$r^2 + 8r + 16 = 0$$

$$(r+4)^2 = 0$$

$$r+4 = 0$$

$$r = -4$$

Solusi umum PD diperoleh dari menyelesaikan kasus III

$$y(x) = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$$

$$y'(x) = -2C_1 \sin 2x + 2C_2 \cos 2x$$

Substitusikan nilai yang sudah ditentukan

$$y(0) = C_1 \cos 2(0) + C_2 \sin 2(0)$$

$$-1 = C_1 \cdot 1 + C_2 \cdot 0$$

$$-1 = C_1$$

$$y'(0) = -2C_1 \sin 2(0) + 2C_2 \cos 2(0)$$

$$5 = -2C_1 \cdot 0 + 2C_2 \cdot 1$$

$$5 = 2C_2$$

$$C_2 = \frac{5}{2}$$

Salah dalam menentukan turunan fungsi

Gambar 3. Contoh variasi pertama, jawaban subjek pada kemampuan berpikir level *Multi-Structural*

Gambar 3 menunjukkan bahwa subjek kurang tepat dalam menemukan akar-akar persamaan karakteristiknya. Subjek lupa bahwa pangkat tertinggi dari persamaan tersebut adalah 4. Harusnya akar persamaan karakteristiknya berupa akar-akar kompleks berulang yang terlihat dari jawaban mahasiswa yang salah dalam menentukan solusi umum PD homogen.

Tentukan solusi PD homogen $y^{(4)} + 8y'' + 16y = 0$ yang memenuhi syarat awal $y(0) = -1, y'(0) = 5, y''(0) = -8$ dan $y'''(0) = -28$.

Jawab

$$y^{(4)} + 8y'' + 16y = 0$$

Persamaan bantu:

$$r^4 + 8r^2 + 16 = 0$$

$$(r^2 + 4)^2 = 0$$

$$r^2 = -4$$

$$r = \pm 2i$$

Menentukan β dan α

$$\beta = \sqrt{4a(-b)^2} = \sqrt{16} = 4$$

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \cdot 1} = -4$$

Salah dalam perkalian aljabarnya. Seharusnya $x C_3 \cos 2x + x C_4 \sin 2x$

Salah dalam menentukan turunan fungsi

Gambar 4. Contoh variasi kedua, jawaban subjek pada kemampuan berpikir level *Multi-Structural*

Gambar 4 menunjukkan bahwa Informasi yang ada pada soal digunakan dalam proses penyelesaian masalah oleh subjek, dan jawabannya menghasilkan informasi yang diperlukan dalam menyelesaikan masalah. Tetapi, proses berpikir aljabar tidak digunakan dengan baik dalam proses menentukan solusi umum dari PD homogen dimana terdapat perhitungan aljabar yang salah. Konsep turunan dari perkalian dua buah fungsi tidak digunakan oleh subjek dalam proses ini (keterampilan berpikir kalkulus) sehingga jawaban yang dihasilkan salah yang berakibat jawaban pada proses selanjutnya juga salah.

Pada mahasiswa yang berada pada level berpikir *Extended Abstract (L4)* proses berpikir yang dilakukan yaitu (1) Subjek memahami masalah yang diberikan dan dapat mengolah informasi dengan tepat serta menghubungkannya untuk merencanakan penyelesaian masalah; (2) Pada tahap melaksanakan pemecahan, langkah-langkah penyelesaian dilakukan secara algoritmik dan sistematis dengan benar; (3) Subjek memahami konsep-konsep yang ada untuk menyelesaikan masalah (menentukan solusi umum PD dalam bentuk akar-akar kompleks berulang dari persamaan karakteristik; konsep turunan fungsi aljabar dan proses perhitungan aljabar dilakukan dengan tepat); (4) subjek dapat menuliskan kesimpulan dari penyelesaian masalah; (5) Subjek mengecek kembali jawaban yang dituliskan sehingga subjek yakin akan kebenaran jawaban yang dituliskan. Banyak mahasiswa yang berada pada level ini sebanyak 6 orang (6,98%).

Tentukan solusi PD homogen

$$y^{(4)} + 8y'' + 16y = 0$$

yang memenuhi syarat awal $y(0) = -1$, $y'(0) = 5$, $y''(0) = -8$ dan $y'''(0) = -28$

Pemfaktoran:

$$y = e^{rx}$$

$$y' = r e^{rx}$$

$$y'' = r^2 e^{rx}$$

$$y''' = r^3 e^{rx}$$

$$r^4 e^{rx} + 8(r^2 e^{rx}) + 16(e^{rx}) = 0$$

$$(r^4 + 8r^2 + 16) e^{rx} = 0$$

Persamaan bantu

$$r^4 + 8r^2 + 16 = 0$$

$$(r^2 + 4)(r^2 + 4) = 0$$

$$r^2 = -4 \quad r^2 = -4$$

$$r = \pm 2i \quad r = \pm 2i \quad (\text{Akar kompleks})$$

Maka solusi umumnya

$$y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + C_3 x \cos 2x + C_4 x \sin 2x$$

Substitusi $y(0) = -1$

$$y(0) = C_1 \cos 0 + C_2 \sin 0 + C_3 \cos 0 + C_4 \sin 0 = -1$$

$$C_1 + 0 + 0 + 0 = -1 \quad \dots (1)$$

Substitusi $y'(0) = 5$

$$y' = -2C_1 \sin 2x + 2C_2 \cos 2x + C_3 \cos 2x - C_3 2x \sin 2x + 2C_4 x \cos 2x + C_4 \sin 2x$$

$$y'(0) = -2C_1 \sin 0 + 2C_2 \cos 0 + C_3 \cos 0 - C_3 2(0) \sin 0 + 2C_4(0) \cos 0 + C_4 \sin 0 = 5$$

$$= 0 + 2C_2 + C_3 - 0 + 0 + 0 = 5$$

$$2C_2 + C_3 = 5 \quad \dots (2)$$

Substitusi $y''(0) = -8$

$$y'' = 4C_1 \cos 2x - 4C_2 \sin 2x - 4C_3 \sin 2x - 4C_3 x \cos 2x + 4C_4 \cos 2x - 4C_4 x \sin 2x$$

$$y''(0) = 4C_1 \cos 0 - 4C_2 \sin 0 - 4C_3 \sin 0 - 4C_3(0) \cos 0 + 4C_4 \cos 0 - 4C_4(0) \sin 0 = -8$$

$$= 4C_1 - 0 - 0 + 0 + 4C_4 = -8$$

$$4C_1 + 4C_4 = -8 \quad \dots (3)$$

Substitusi $y'''(0) = -28$

$$y''' = -4C_1 \sin 2x - 8C_2 \cos 2x - 12C_3 \cos 2x + 8C_3 x \sin 2x - 8C_4 \sin 2x - 12C_4 x \cos 2x$$

$$y'''(0) = -4C_1 \sin 0 - 8C_2 \cos 0 - 12C_3 \cos 0 + 8C_3(0) \sin 0 - 8C_4 \sin 0 - 12C_4(0) \cos 0 = -28$$

$$= 0 - 8C_2 - 12C_3 + 0 - 0 = -28$$

$$-8C_2 - 12C_3 = -28 \quad \dots (4)$$

diperoleh C_2, C_3 dan C_4

$C_1 = -1$	$2C_2 + C_3 = 5$	$4C_1 + 4C_4 = -8$
$-4C_1 + 4C_4 = -8$	$-8C_2 - 12C_3 = -28$	$4C_4 = -12$
$4C_4 = -12$		$C_4 = -3$

Jadi, $2C_2 + C_3 = 5$

$$2C_2 + 1 = 5$$

$$2C_2 = 4$$

$$C_2 = 2$$

diperoleh: $C_1 = -1$, $C_2 = 2$, $C_3 = 1$ dan $C_4 = -3$

Maka penyelesaiannya adalah:

$$y = -\cos 2x + 2 \sin 2x + x \cos 2x - 3x \sin 2x$$

atau

$$y = \cos 2x (-1 + x) + \sin 2x (2 - 3x)$$

Gambar 5. Contoh jawaban subjek pada kemampuan berpikir level *Extended Abstract*

Berdasarkan hasil jawaban mahasiswa dan wawancara yang dilakukan terhadap beberapa perwakilan mahasiswa terpilih berdasarkan tingkatan berpikir taksonomi SOLO, mahasiswa memberikan tanggapan yang berbeda dalam menyelesaikan permasalahan yang diberikan. Dimulai dari mahasiswa dengan tingkat respon paling rendah (*Pre-Structural Level*), dimana: (1) Mahasiswa umumnya memahami masalah yang diberikan namun tidak dapat mengolah informasi yang diperoleh dengan baik, (2) Melakukan miskonsepsi baik dari segi konsep dalam

merencanakan penyelesaian masalah maupun keterampilan berpikir aljabar dan kalkulus yang digunakan, (3) Pada saat melaksanakan penyelesaian berdasarkan rencana, langkah-langkah yang digunakan umumnya tidak bermakna, dan (4) Cenderung tidak memberikan hasil yang ditanyakan pada soal. Perhitungan aljabar dan kalkulus yang dilakukan banyak sekali yang salah. Jawaban yang diberikan tidak cukup, dimana masalah tidak mengarah pada solusi yang diinginkan. Cara yang dipilih pun belum mengarah pada solusi yang diinginkan. Hasil ini juga didukung oleh beberapa penelitian terdahulu yang telah dilakukan (Chick, 1998; Claudia et al., 2020b, 2020a; Lian & Yew, 2012; Upu & Bangatau, 2019).

Level selanjutnya adalah level *Uni-Structural* dimana (1) Mahasiswa mampu memahami masalah yang diberikan namun tidak memanfaatkan secara maksimal informasi tersebut dalam penyelesaian masalah. Walaupun dalam merencanakan penyelesaian, mahasiswa pada level ini merencanakan untuk menggunakannya. Hanya saja mengalami kesulitan. (2) Dalam melaksanakan pemecahan, subjek hanya fokus pada apa yang akan dicari tanpa memahami nilai atau makna yang terkandung dalam persamaan ataupun data yang diperoleh; (4) Hasil yang ditemukan kurang tepat. Subjek hanya fokus pada masalah. Jawaban subjek tidak jelas prosesnya dan beberapa subjek hanya langsung memberikan hasil akhir tanpa proses dan itupun masih belum tepat. Transformasi berpikir aljabar dan kalkulus tidak terlalu nampak dikarenakan proses yang tidak diuraikan. Tidak memahami nilai dari data yang ada dan tidak memahami hubungan antara data dengan yang lain yang telah dihitung sebelumnya, sehingga mengakibatkan jawaban siswa tidak konsisten. (5) Mahasiswa tidak melakukan pengecekan terhadap jawaban yang dituliskan. Hasil ini juga didukung oleh beberapa penelitian terdahulu yang telah dilakukan (Claudia et al., 2020a; Lian & Yew, 2012; Upu & Bangatau, 2019).

Level selanjutnya adalah level *Multi-Structural* dimana: (1) Subjek memahami masalah yang diberikan; (2) Informasi yang ada pada soal digunakan dengan benar dalam merencanakan proses penyelesaian masalah, (3) Pada tahap melaksanakan pemecahan, subjek melakukan langkah-langkah secara prosedural dan sistematis namun belum dapat menghubungkan informasi dengan konsep yang ada. Jawabannya menghasilkan informasi dan data yang diinginkan atau diperlukan untuk menyelesaikan masalah namun terdapat kesalahan dalam proses perhitungan lebih lanjut (4) Keterampilan berhitung, berpikir aljabar dan kalkulus belum dilakukan dengan maksimal namun digunakan dengan cukup baik dalam menyelesaikan masalah. Kesalahan dominan dilakukan pada proses perhitungan aljabar. (5) Tidak melakukan pengecekan terhadap jawaban yang dituliskan. Hasil ini juga didukung oleh beberapa penelitian terdahulu yang telah dilakukan (Afriyani et al., 2018; Chick, 1998; Claudia et al., 2020a; Lian & Yew, 2012; Saputra et al., 2019).

Level terakhir adalah *Extended Abstract* dimana: (1) Mahasiswa dapat memahami masalah yang diberikan dan informasi yang terkandung dalam pertanyaan digunakan dengan baik dalam merencanakan penyelesaian masalah. Mahasiswa pada level ini, dapat menggunakan 2 metode berbeda dalam menyelesaikan masalah dengan benar, (2) Hubungan antara konsep dan penerapan informasi telah tersusun dengan baik, (3) Dalam melaksanakan penyelesaian masalah, langkah-langkah digunakan secara algoritmik dan sistematis. Keterampilan berhitung, keterampilan berpikir aljabar dan kalkulus digunakan dengan baik. Selain itu, terdapat transformasi berpikir aljabar dan kalkulus yang digunakan subjek dalam menyelesaikan masalah yang diberikan dengan benar, 4) jawaban yang diberikan telah memenuhi apa yang ditanyakan oleh soal dan benar, dan (5) Mahasiswa dapat memberikan kesimpulan dari masalah. Hasil ini

juga didukung oleh beberapa penelitian terdahulu yang telah dilakukan (Claudia et al., 2020b, 2020a; Putri et al., 2017).

SIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis data yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa setiap mahasiswa memiliki level berpikir yang berbeda-beda. Begitupula level berpikir yang dicapai mahasiswa dalam menyelesaikan tiap permasalahan yang diberikan. Keterampilan berpikir aljabar dan kalkulus digunakan oleh siswa pada tiap level berpikir untuk menyelesaikan masalah. Semakin tinggi level berpikir yang dicapai maka semakin baik dan maksimal keterampilan berpikir aljabar dan kalkulus yang digunakan oleh mahasiswa.

1. Proses berpikir pada *Pre-Structural Level* yaitu: (1) Mahasiswa umumnya memahami masalah yang diberikan namun tidak dapat mengolah informasi yang diperoleh dengan baik, (2) Melakukan miskonsepsi baik dari segi konsep dalam merencanakan penyelesaian masalah maupun keterampilan berpikir aljabar dan kalkulus yang digunakan, (3) Pada pelaksanaan pemecahan, langkah-langkah yang digunakan umumnya tidak bermakna, dan (4) Cenderung tidak memberikan hasil yang ditanyakan pada soal. Perhitungan aljabar dan kalkulus yang dilakukan banyak sekali yang salah. Jawaban yang diberikan tidak cukup, dimana masalah tidak mengarah pada solusi yang diinginkan.
2. Proses berpikir pada *Uni-Structural Level* yaitu: (1) Mahasiswa mampu memahami masalah yang diberikan namun tidak memanfaatkan secara maksimal informasi tersebut dalam penyelesaian masalah. (2) Dalam melaksanakan pemecahan, subjek hanya fokus pada apa yang akan dicari tanpa memahami nilai atau makna yang terkandung dalam persamaan ataupun data yang diperoleh; (4) Hasil yang ditemukan kurang tepat prosesnya belum jelas. Transformasi berpikir aljabar dan kalkulus tidak terlalu nampak dikarenakan proses yang tidak diuraikan. Tidak memahami nilai dari data yang ada dan tidak memahami hubungan antara data dengan yang lain yang telah dihitung sebelumnya, sehingga mengakibatkan jawaban siswa tidak konsisten. (5) Tidak melakukan pengecekan terhadap jawaban.
3. Proses berpikir pada *Multi-Structural Level* yaitu: (1) Mahasiswa memahami masalah yang diberikan; (2) Informasi yang ada pada soal digunakan dengan benar dalam merencanakan proses penyelesaian masalah, (3) Pada tahap melaksanakan pemecahan, subjek melakukan langkah-langkah secara prosedural dan sistematis namun belum dapat menghubungkan informasi dengan konsep yang ada. Jawaban menghasilkan informasi dan data yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah namun terdapat kesalahan dalam proses perhitungan lebih lanjut (4) Keterampilan berhitung, berpikir aljabar dan kalkulus belum dilakukan dengan maksimal namun digunakan dengan cukup baik dalam menyelesaikan masalah. (5) Tidak melakukan pengecekan terhadap jawaban.
4. Proses berpikir pada *Extended Abstract* yaitu: (1) Mahasiswa dapat memahami masalah yang diberikan dan informasi yang terkandung dalam pertanyaan digunakan dengan baik dalam merencanakan penyelesaian masalah. Dapat menggunakan 2 metode berbeda dalam menyelesaikan masalah dengan benar, (2) Hubungan antara konsep dan penerapan informasi telah tersusun dengan baik, (3) Langkah-langkah penyelesaian digunakan secara

algoritmik dan sistematis. Keterampilan berhitung, keterampilan berpikir aljabar dan kalkulus digunakan dengan baik. Selain itu, terdapat transformasi berpikir aljabar dan kalkulus yang digunakan subjek dalam menyelesaikan masalah yang diberikan dengan benar, 4) jawaban yang diberikan telah memenuhi apa yang ditanyakan oleh soal dan benar, dan (5) Mahasiswa dapat memberikan kesimpulan dari masalah, (6) Melakukan pengecekan terhadap jawaban yang dituliskan.

SARAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, pendidik khususnya dosen perlu untuk melatih mahasiswa lebih banyak terkait dengan pemecahan masalah, konsep-konsep yang diperlukan dalam pemecahan masalah dan keterampilan berpikir aljabar dan kalkulus. Baik mulai dari level *Pre-Structural* hingga level yang paling tinggi atau level *Extended Abstract*. Hal ini dikarenakan kemampuan-kemampuan tersebut sangat diperlukan oleh mahasiswa dalam menyelesaikan masalah, terutama pada permasalahan persamaan diferensial.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih disampaikan pada LPPM Universitas Mataram yang telah mendanai pelaksanaan kegiatan penelitian ini. Selain itu, disampaikan terima kasih kepada pihak-pihak yang telah membantu sehingga penelitian ini dapat berjalan dengan baik.

REFERENSI

- Afriyani, D., Sa'dijah, C., Subanji, S., & Muksar, M. (2018). Characteristics of Students' Mathematical Understanding in Solving Multiple Representation Task based on Solo Taxonomy. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(3), 281–287. <https://doi.org/10.12973/iejme/3920>
- Carlson, M. P., & Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework. *Educational Studies in Mathematics*, 58(1), 45–75. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-0808-x>
- Chick, H. (1998). Cognition in the formal modes: Research mathematics and the SOLO taxonomy. *Mathematics Education Research Journal*, 10(2), 4–26. <https://doi.org/10.1007/BF03217340>
- Claudia, L. F., Kusmayadi, T. A., & Fitriana, L. (2020a). High School Students' Responses in Solving Linear Program Problems Based on SOLO Taxonomy Viewed from Mathematical Disposition. *Journal of Physics: Conference Series*, 1539(1), 1–12. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1539/1/012087>
- Claudia, L. F., Kusmayadi, T. A., & Fitriana, L. (2020b). The SOLO taxonomy: Classify students' responses in solving linear program problems. *Journal of Physics: Conference Series*, 1538(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1538/1/012107>
- Johnson, R. B., & Larry, C. (2004). *Educational Research: Quantitative, Qualitative, and Mixed Approaches Second edition* (Second edi). Library of Congress Cataloging-in-Publication Data.
- Knapp, M., Adelman, N., Marder, C., McCoHum, H., Needels, C., Padilla, C., Shields, P., Turnbull, B., & Zucker, A. (1982). Teaching for Meaning in High-Poverty Classrooms. In *Teachers College Press*. Teachers College Press. <https://doi.org/10.1177/000494418302700311>
- Lapp, D. A., Nyman, M. A., & Berry, J. S. (2010). Student connections of linear algebra concepts: An analysis of concept maps. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(1), 1–18. <https://doi.org/10.1080/00207390903236665>
- Lian, L. H., & Yew, W. T. (2012). Assessing algebraic solving ability: A theoretical framework. *International Education Studies*, 5(6), 177–188. <https://doi.org/10.5539/ies.v5n6p177>
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitatif Data Analysis: An Expand Sourcebook Second Edition* (R. Holland (ed.); Second Edi). SAGE Publication Ltd.

- Novitasari, D., Triutami, T. W., Wulandari, N. P., Rahman, A., & Alimuddin. (2020). Students' creative Thinking in Solving Mathematical Problems Using Various Representations. In W. Strielkowski & J. Cheng (Eds.), *Advances in Social Science, Education and Humanities Research (ASSEHR), Proceedings of the 1st Annual Conference on Education and Social Sciences (ACCESS 2019)* (Vol. 465, Issue Access 2019, pp. 99–102). Atlantis Press. <https://doi.org/https://doi.org/10.2991/assehr.k.200827.026>
- Putri, U. H., Mardiyana, M., & Saputro, D. R. S. (2017). How to Analyze the Students' Thinking Levels Based on SOLO Taxonomy? *Journal of Physics: Conference Series*, 895(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/895/1/012031>
- Saputra, D. C., Nurjanah, A., & Retnawati, H. (2019). Students' Ability of Mathematical Problem-Solving Based on SOLO Taxonomy. *Journal of Physics: Conference Series*, 1320(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1320/1/012070>
- Socas, M., & Hernández, J. (2013). Mathematical problem solving in training elementary teachers from a semiotic logical approach. *Mathematics Enthusiast*, 10(1–2), 191–218.
- Tasni, N., Nusantara, T., Hidayanto, E., Sisworo, S., & Susanti, E. (2019). The construction of student' thinking transformation: From simple connectivity to productive. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157(3). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/3/032094>
- Upu, H., & Bangatau, N. S. (2019). The Profile of Problem-solving in Algebra based on Solo Taxonomy in Terms of Cognitive Style. *Advances in Social Science, Education and Humanities Research (ASSEHR)*, 227(Icamr 2018), 372–376. <https://doi.org/10.2991/icamr-18.2019.91>
- Yantz, J. (2013). Connected Representations of Knowledge: Do Undergraduate Students Relate Algebraic Rational Expressions to Rational Numbers? *Mid-Western Educational Researcher*, 25(4), 47–61.